

SELECCIÓN DEL SISTEMA *SureStep*



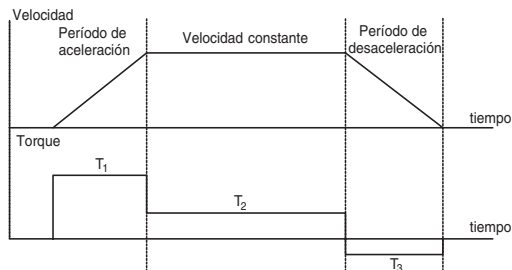
En este apéndice...

Seleccionando componentes del sistema <i>SureStep</i>TM	A-2
El procedimiento de selección	A-2
¿Cuántos pulsos debe hacer el PLC para hacer el movimiento?	A-2
¿Cual es la resolución de posición de la carga?	A-4
¿Cual es frecuencia de pulsos para obtener el tiempo del movimiento?	A-5
Calculando el torque resistivo de la carga	A-6
Tabla 1 - Calcule el torque para "aceleración" y "operación"	A-7
Tornillo de bolas - Ejemplo de cálculos	A-10
Paso 1 - Defina la necesidades de movimiento y del actuador	A-10
Paso 2 - Determine la resolución de posicionamiento de la carga	A-10
Paso 3 - Determine el perfil de movimiento	A-11
Paso 4 - Determine el torque necesario para mover la carga	A-11
Paso 5 - Seleccione y confirme el sistema de motorización	A-12
Correa transportadora - Ejemplo de cálculos	A-13
Paso 1 - Defina la necesidades de movimiento y del actuador	A-13
Paso 2 - Determine la resolución de posicionamiento de la carga	A-14
Paso 3 - Determine el perfil de movimiento	A-14
Paso 4 - Determine el torque necesario para mover la carga	A-14
Paso 5 - Seleccione y confirme el sistema de motorización	A-15
Mesa rotatoria - Ejemplo de cálculos	A-16
Paso 1 - Defina la necesidades de movimiento y del actuador	A-16
Paso 2 - Determine la resolución de posicionamiento de la carga	A-16
Paso 3 - Determine el perfil de movimiento	A-17
Paso 4 - Determine el torque necesario para mover la carga	A-17
Paso 5 - Seleccione y confirme el sistema de motorización	A-18
Tablas de conversión de unidades, fórmulas y definiciones: ...	A-19

Seleccionando componentes del sistema *SureStep*™

La selección de su sistema *SureStep*™ sigue un proceso bien definido. Veamos el proceso y definamos algunas relaciones y fórmulas útiles. Usaremos esta información en algunos ejemplos típicos a lo largo de la explicación. Estos ejemplos son calculados con el sistema métrico, ya que los cálculos resultan mucho más fáciles de ejecutar.

El procedimiento de selección



El motor suministra el torque necesario para crear el movimiento requerido de la carga a través de un actuador (los aparatos mecánicos que están entre el eje del motor y la carga o el objeto). La información más importante para lograr el movimiento requerido es:

- cantidad total de pulsos del PLC para llegar a la posición
- resolución de la posición de la carga
- velocidad de indexación (o frecuencia de los pulsos del PLC) para alcanzar el tiempo de movimiento
- torque que tiene que suministrar el motor paso a paso (incluyendo un factor de seguridad de 100%)
- Relación de inercia del motor a la carga, como verificación

Siendo la carga y el actuador elementos físicos con masa, siempre se necesitará un torque dinámico para mover la carga en la aceleración y para frenar la carga en la desaceleración, además de la resistencia normal de la carga. Vea la sección "Calculando el torque resistivo de la carga".

En el sistema MKS o métrico

- el torque se mide en N-m.
- la inercia se mide en $\text{Kg}\cdot\text{m}^2$
- la aceleración lineal se mide en m/s
- la velocidad de rotación se mide en radianes por segundo y corresponde a $\text{RPM} \cdot 2 \cdot \pi \div 60$.

En un análisis final, necesitamos alcanzar el movimiento requerido con exactitud de posición aceptable. esto se mide en la resolución de posicionamiento.

¿Cuántos pulsos debe generar el PLC para hacer el movimiento hasta la posición deseada?

El número total de pulsos para hacer el movimiento es expresado por la fórmula:

$$\text{Fórmula ①: } P_{\text{total}} = \text{pulsos totales} = (D_{\text{total}} \div (d_{\text{carga}} \div i)) * \theta_{\text{paso}}$$

D_{total} = distancia total del movimiento

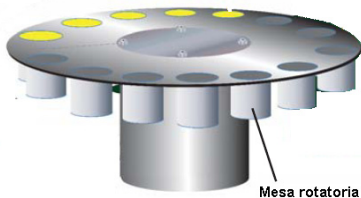
d_{carga} = distancia que se mueve la carga por rotación del eje del actuador (P = paso = $1/i_{\text{carga}}$)

θ_{paso} = Resolución del paso del accionamiento (pasos/rev_{motor})

i = razón de la reducción (rev_{motor}/rev_{eje reductor})

Ejemplo 1:

El motor se une directamente a un disco, el motor es ajustado para 400 pasos por revolución y necesitamos mover el disco 5,5 revoluciones. ¿Cuántos pulsos debe generar el PLC para enviar al accionamiento?



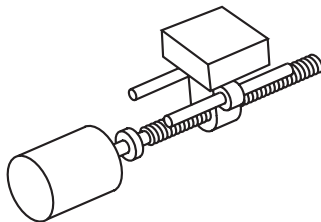
Mesa rotatoria

Solución

$$P_{\text{total}} = (5.5 \text{ rev}_{\text{disco}} \div (1 \text{ rev}_{\text{disco}}/\text{rev}_{\text{eje}} \div 1 \text{ rev}_{\text{motor}}/\text{rev}_{\text{eje}})) * 400 \text{ pasos}/\text{rev}_{\text{motor}} = 2200 \text{ pulsos}$$

Ejemplo 2:

El motor se une directamente a un tornillo o husillo de bolas que mueve una mesa, donde una vuelta del tornillo corresponde a 10 milímetros de movimiento lineal; el accionamiento se configura para 1000 pasos por revolución y necesitamos mover la mesa 45 milímetros. ¿Cuántos pulsos necesitamos enviar al accionamiento?



$$P_{\text{total}} = (45 \text{ mm} \div (10 \text{ mm}/\text{rev}_{\text{tornillo}} \div 1 \text{ rev}_{\text{motor}}/\text{rev}_{\text{tornillo}})) * 1000 \text{ pasos}/\text{rev}_{\text{motor}} = 4500 \text{ pulsos}$$

Ejemplo 3:

Agreguemos una reducción de correa de 2:1 entre el motor y el tornillo o husillo de bolas en el ejemplo 2. Ahora ¿Cuántos pulsos necesitamos para hacer el movimiento de 45 milímetros?

$$P_{\text{total}} = (45 \text{ mm} \div (10 \text{ mm}/\text{rev}_{\text{tornillo}} \div 2 \text{ rev}_{\text{motor}}/\text{rev}_{\text{tornillo}})) * 1000 \text{ pasos}/\text{rev}_{\text{motor}} = 9000 \text{ pulsos}$$

¿Cuál es la resolución de posición de la carga?

Deseamos saber cuanto se moverá la carga para un pulso o paso del eje del motor.

La fórmula para determinar la resolución de posición es:

Fórmula ②: $L_{\theta} = \text{Resolución de posición} = (d_{\text{carga}} \div i) \div \theta_{\text{paso}}$

Ejemplo 4:

¿Cuál es la resolución de posición para el sistema en el ejemplo 3?

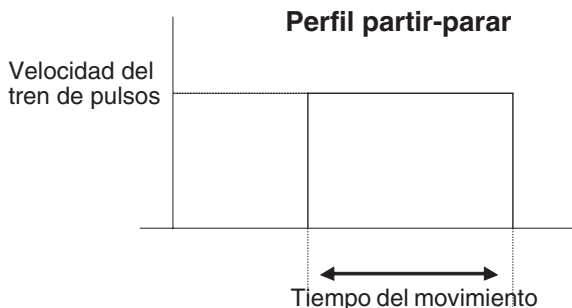
$$L_{\theta} = (d_{\text{carga}} \div i) \div \theta_{\text{paso}}$$

$$= (10 \text{ mm/rev}_{\text{tornillo}} \div 2 \text{ rev}_{\text{motor}}/\text{rev}_{\text{tornillo}}) \div 1000 \text{ pasos/rev}_{\text{motor}}$$

$$= 0,005 \text{ mm/paso}$$

¿Cuál es frecuencia de pulsos para obtener el tiempo de movimiento?

El tipo más básico de perfil de movimiento es un perfil "partir-parar" donde no hay un período de aceleración o uno de desaceleración. Este tipo de perfil de



movimiento se usa solamente para aplicaciones de baja velocidad porque la carga "se mueve de un tirón" a partir de una velocidad a otra y el motor que camina se atascará o faltarán pulsos si se trata de hacer cambios excesivos de velocidad. La fórmula para encontrar la velocidad del tren de pulsos para el movimiento "partir-parar" es:

Fórmula ③: $f_{SS} = \text{velocidad del tren de pulsos} = P_{\text{total}} \div t_{\text{total}}$

P_{total} = Pulsos totales

t_{total} = tiempo del movimiento

Ejemplo 5:

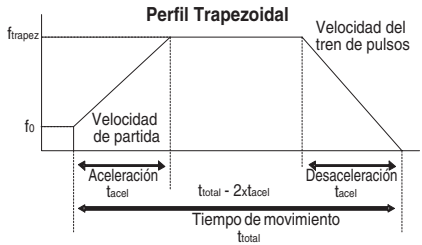
¿Cuál es la velocidad del tren de pulsos para hacer un movimiento "partir-parar" con 10.000 pulsos en 800 ms?

$$f_{SS} = \text{Velocidad de tren de pulsos} = P_{\text{total}} \div t_{\text{total}} = 10.000 \text{ pulsos} \div 0,8 \text{ segundos}$$

$$= 12,500 \text{ Hz.}$$

Perfil trapezoidal

Para una operación de velocidad más alta, el perfil "trapezoidal" de movimiento incluye aceleración y desaceleración controlada y una velocidad inicial diferente de cero. Con tiempos de aceleración y de desaceleración iguales, la velocidad máxima del tren de pulsos se puede encontrar usando la fórmula:



Fórmula ④: $f_{\text{Trapez}} = (P_{\text{total}} - (f_0 * t_{\text{acel}})) \div (t_{\text{total}} - t_{\text{acel}})$

para perfiles trapezoidales de movimiento con la misma acel/desaceleración

siendo f_0 = Velocidad de partida

t_{acel} = tiempo de aceleración o desaceleración

Esto se desprende de establecer que:

- durante la aceleración los pulsos son: a) $P_{\text{acel}} = (f_{\text{trapez}} - f_0) \times t_{\text{acel}}$
- durante el movimiento constante es b) $P_{\text{cte}} = (f_{\text{trapez}}) \times (t_{\text{total}} - t_{\text{acel}})$
- durante la desaceleración es c) $P_{\text{desacel}} = (f_{\text{trapez}} - 0) \times t_{\text{acel}}$

Sumando estos valores se llega a la fórmula de arriba. Esta fórmula no vale para tiempos de aceleración y desaceleración diferentes, pero es fácil calcular esta condición usando el mismo criterio.

Ejemplo 6:

¿Cuál es la velocidad del tren de pulsos requerida para hacer un movimiento "trapezoidal" en 800 ms, el tiempo de acel/desaceleración de 200 ms cada uno, 10.000 pulsos totales y una velocidad inicial de 40 Hertz?

$$f_{\text{Trapez}} = (10.000 \text{ pulsos} - (40 [\text{pulsos/s}] * 0,2 [\text{s}])) \div (0,8 [\text{s}] - 0,2 [\text{s}])$$

$$\approx 16.653 \text{ Hz.}$$

Calculando el torque resistivo de la carga

El torque que requiere ser suministrado por el sistema de accionamiento al actuador debe ser mayor que el torque resistivo y se puede determinar como la suma del torque de aceleración y del torque resistivo a velocidad constante y se recomienda aplicar al motor un factor de seguridad entre 20 a 100%, dependiendo del sistema en cuestión, para evitar que el motor deje de ejecutar pulsos o se pare por cambios de carga, ya que hay varios efectos difíciles de cuantificar, tal como la velocidad del lubricante, desgaste del actuador, etc,

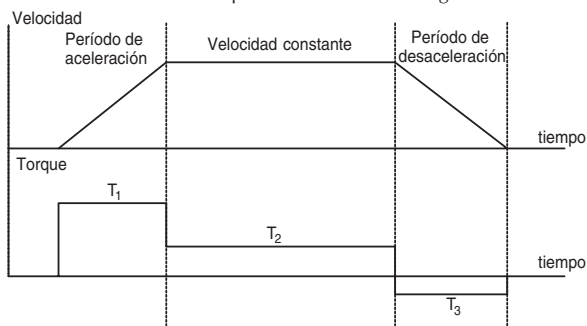
La fórmula para el torque mínimo que el motor debe suministrar es:

Fórmula ⑤: $T_{\text{motor}} = T_{\text{acel}} + T_{\text{resist}}$

T_{acel} = el torque que requiere la carga para acelerar y desacelerar la inercia total del sistema (inercia incluyendo la del motor y del actuador)

T_{resist} = El torque de carga a velocidad constante para hacer funcionar el mecanismo, para vencer la fricción, a fuerzas externas de carga, etc.

En la **tabla 1** de la próxima página mostramos cómo calcular el torque requerido para acelerar o desacelerar una carga con inercia a partir de una velocidad a otra y el cálculo del torque a velocidad constante para actuadores mecánicos comunes y de ese cálculo resulta una curva típica resistiva como la siguiente.



Note que el torque dinámico de aceleración aumenta al aumentar la aceleración. Por eso es posible, escoger un motor de menor torque si se disminuye la aceleración, esto es, el tiempo que demora para alcanzar la velocidad constante.

En relación al cálculo de inercias, se acostumbra considerar la eficiencia del actuador en este cálculo (aunque no es correcto) ya que la eficiencia debe entrar más bien en el cálculo del torque resistivo. Sin embargo, esto permite considerar fórmulas más simples en la determinación del torque resistivo.

El motor paso a paso no suministra el mayor torque cuando está parado sino cuando está en el medio de un paso, pero debe estar activado con la corriente del accionamiento (el accionamiento debe estar activado). Note de las curvas que el torque del motor disminuye al aumentar la velocidad (debido a la influencia de la inductancia del motor) y al aumentar la cantidad de pulsos por revolución del eje.

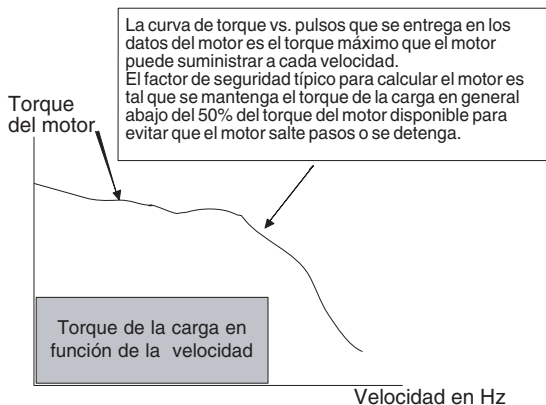


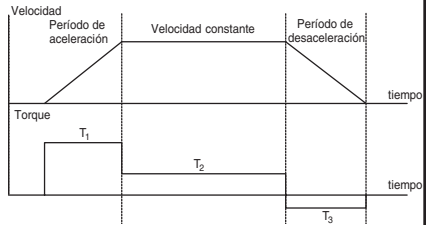
Tabla 1 - Cálculo de torque para "aceleración" y "operación"

El torque requerido para acelerar o desacelerar una carga con inercia con un cambio linear en velocidad es:

Fórmula ⑥: $T_{\text{acel}}[\text{N}\cdot\text{m}] = J_{\text{total}}[\text{Kg}\cdot\text{m}^2] * (\Delta_{\text{velocidad}}[\text{RPM}] \div \Delta_{\text{tiempo}}[\text{s}]) * (2\pi \div 60)$

J_{total} es la inercia del motor más la inercia de la carga ("reflejada" al eje del motor).

El factor $2\pi \div 60$ es usado para convertir el "cambio en velocidad" expresada en RPM en una velocidad angular (radianes/segundo). Vea la información en esta tabla para calcular la inercia "reflejada" de la carga para varias formas comunes y aparatos simples mecánicos.

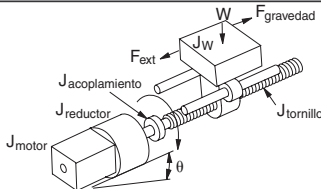


Ejemplo 7:

¿Cuál es el torque necesario para acelerar una carga con inercia de 0,0477[Kg·m²] (la inercia del motor es 0,00014 [Kg·m²] y la inercia "reflejada" de la carga es 0,0477 [Kg·m²], desde 0 a 600 RPM del motor en 2 [segundos]?

$T_{\text{acel}} = 0,0491[\text{Kg}\cdot\text{m}^2] * (600 \text{ RPM} \div 2 [\text{segundos}]) * (2\pi \div 60) = 1,542 [\text{N}\cdot\text{m}]$

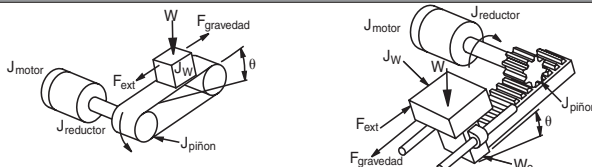
Fórmulas de tornillo de bolas



Descripción:	Fórmulas:
RPM del motor	$n_{\text{motor}} = (v_{\text{carga}} * P) \div i, n_{\text{motor}} (\text{RPM}), v_{\text{carga}} (\text{mm/min})$
Torque requerido para acelerar y desacelerar la carga	$T_{\text{acel}}[\text{N}\cdot\text{m}] = J_{\text{total}}[\text{Kg}\cdot\text{m}^2] * (\Delta_{\text{velocidad}}[\text{RPM}] \div \Delta_{\text{tiempo}}[\text{s}]) * 2 * \pi \div 60$
Inercia total del motor	$J_{\text{total}} [\text{Kg}\cdot\text{m}^2] = J_{\text{motor}} + J_{\text{reductor}} + ((J_{\text{acoplamiento}} + J_{\text{tornillo}} + J_{\text{carga}}) \div i^2)$
Inercia de la carga	$J_{\text{carga}} = (\text{Peso}[\text{Kg}]) * (2 \pi P^2) \div e$
Paso y eficiencia	$P = \text{pitch} = \text{revs/m del movimiento}, e = \text{eficiencia}$
Torque de fricción	$T_{\text{resist}} [\text{Kg}\cdot\text{m}^2] = ((F_{\text{total}} \div (2 \pi P)) + T_{\text{preload}}) \div i$
Torque debido a tensión en el tornillo sinfin	$T_{\text{preload}} [\text{Kg}\cdot\text{m}^2] = \text{tensión en el tornillo para minimizar el "backlash"}$
Fuerza total	$F_{\text{total}}[\text{N}] = F_{\text{ext}} + F_{\text{fricción}} + F_{\text{gravidad}}$
Fuerza de gravedad y Fuerza de fricción	$F_{\text{gravidad}} [\text{N}] = \text{Peso}[\text{Kg}] * \sin\theta * 9,81, F_{\text{fricción}} = \mu * \text{Peso}[\text{Kg}] * \cos\theta * 9,81$
Angulo de inclinación y Coeficiente de fricción	$\theta = \text{Angulo de inclinación}, \mu = \text{coeficiente de fricción}$

Tabla 1-Cálculo de torque para "aceleración" y "operación" (cont)

Datos típicos del tornillo sinfin			
Material:	e = eficiencia	Material:	μ = coef. de fricción
Tuerca de la bola	0,90	Acero en acero	0,580
Acme con tuerca plástica	0,65	Acero en acero(lubricado)	0,150
Acme con tuerca metálica	0,40	Teflon en acero	0,040
		Buje de bolas	0,003

Fórmulas de correas transportadoras (o piñon y cremallera)	
	
Descripción:	Fórmulas:
RPM del motor	$n_{motor} = (v_{carga}[m/s] * 2 * \pi * r) * i$
Torque requerido para acelerar y desacelerar la carga	$T_{acel}[N-m] = J_{total}[Kg-m^2] * (\Delta velocidad[RPM] \div \Delta tiempo[s]) * 2 * \pi \div 60$
Inercia reflejada en eje del motor	$J_{total} [Kg-m^2] = J_{motor} + J_{reductor} + ((J_{piñon} + J_W) \div i^2)$
Inercia de la carga	$J_W = Peso \div e * r^2$; $J_{W2} = ((Peso_1 + Peso_2) \div e) * r^2$
Radio de las poleas o piñon	$r =$ Radio del piñon o poleas
Razón de velocidad del reductor	$i =$ Velocidad alta \div velocidad baja de los ejes del reductor
Torque de fricción	$T_{resist} [N-m] = (F_{total} * r) \div i$
Fuerza total	$F_{total} [N] = F_{ext} + F_{fricción} + F_{gravedad}$
Fuerza de gravedad y fuerza de fricción	$F_{gravedad} [N] = Peso * \sin\theta * 9,81$; $F_{fricción} = \mu * Peso * \cos\theta * 9,81$

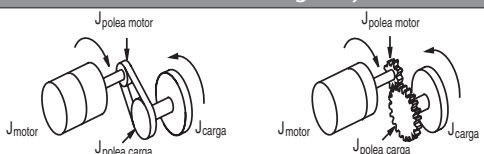
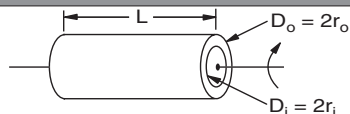
Fórmulas de reductores con engranajes o de correas	
	
Descripción:	Fórmulas:
RPM del motor	$n_{motor} = n_{carga} * i$
Torque requerido para acelerar y desacelerar la carga	$T_{acel}[N-m] = J_{total}[Kg-m^2] * (\Delta velocidad[RPM] \div \Delta tiempo[s]) * 2 * \pi \div 60$
Inercia de la carga	$J_{total} [Kg-m^2] = J_{motor} + J_{polea motor} + ((J_{polea carga} + J_{carga}) \div i^2)$
Torque motor	$T_{motor} * i = T_{carga}[N-m]$

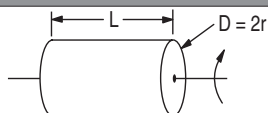
Tabla 1- Cálculo de torque para "aceleración" y "operación" (cont)

Fórmulas de determinación de inercia de cilindro hueco



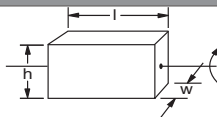
Descripción:	Fórmulas:
Inercia	$J = \text{Peso}[\text{Kg}] * (r_o^2[\text{m}] + r_i^2[\text{m}]) \div 2$
Inercia	$J = \pi * L[\text{m}] * \rho[\text{Kg/m}^3] * (r_o^4[\text{m}] - r_i^4[\text{m}]) \div 2$
Volumen	Volumen $[\text{m}^3] = \pi/4 * (D_o^2[\text{m}] - D_i^2[\text{m}]) * L[\text{m}]$

Fórmulas de determinación de inercia de cilindro sólido



Descripción:	Fórmulas:
Inercia	$J [\text{Kg}\cdot\text{m}^2] = (\text{Peso} [\text{Kg}] * r^2[\text{m}]) \div 2$
Inercia	$J [\text{Kg}\cdot\text{m}^2] = (\pi * L [\text{m}] * \rho [\text{Kg/m}^3] * r^4[\text{m}]) \div 2$
Volumen	Volumen $[\text{m}^3] = \pi * r^2[\text{m}] * L[\text{m}]$

Fórmulas de determinación de inercia de bloque rectangular



Descripción:	Fórmulas:
Inercia	$J [\text{Kg}\cdot\text{m}^2] = (\text{Peso} [\text{Kg}] \div 12) * (h^2[\text{m}] + w^2[\text{m}])$
Volumen	Volumen $[\text{m}^3] = l [\text{m}] * h [\text{m}] * w [\text{m}]$

Definiciones de símbolos y densidades más comunes

J = inercia	ρ = densidad
L = Longitud	$\rho = 2700 \text{ Kg/m}^3$ o $0,098 \text{ lb/in}^3$ (aluminio)
h = altura	$\rho = 7700 \text{ Kg/m}^3$ o $0,280 \text{ lb/in}^3$ (acero)
w = ancho	$\rho = 1105 \text{ Kg/m}^3$ o $0,040 \text{ lb/in}^3$ (plástico)
W = peso	$\rho = 8500 \text{ Kg/m}^3$ o $0,310 \text{ lb/in}^3$ (bronce)
D = diámetro	$\rho = 8900 \text{ Kg/m}^3$ o $0,322 \text{ lb/in}^3$ (cobre)
r = radio	$\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ o $0,0361 \text{ lb/in}^3$ (agua)
g = gravedad = 9,81 Kg·m ⁻² o 386 pulg/s ²	$\pi \approx 3.1416$

Tornillo de bolas - Ejemplo de cálculos

Paso 1 - Defina las necesidades del actuador y del movimiento

Peso de la mesa y del objeto = 60 Kg

Ángulo de inclinación = 0°

Fuerza externa de la carga = 0

Diámetro del tornillo = 16 mm

Longitud del tornillo = 600 mm

Material del tornillo = acero

Resolución deseada = 0,0254 mm/paso

Reductor de engranaje = 2:1

Movimiento = 120 mm

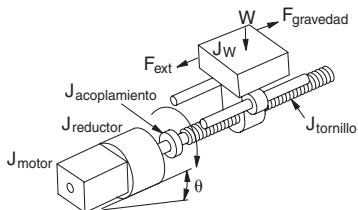
Paso del tornillo = 16 mm/rev (pitch = 0,0625 rev/mm o 62,5 rev/m)

Coefficiente de fricción de superficies que se deslizan = 0,05

Tiempo de movimiento = 1,7 segundos

Tiempo de aceleración: 25% del tiempo total = 0,425 s.

Frecuencia inicial en la partida = 40 Hz



Definiciones	
d_{carga}	= desplazamiento o distancia que se mueve la carga por rotación del eje del actuador ($P = \text{pitch} = 1/d_{\text{carga}}$)
D_{total}	= distancia total del movimiento
θ_{paso}	= resolución del paso del accionamiento (pasos/rev _{motor})
i	= razón de reducción del reductor de velocidad (rev _{motor} /rev _{ejereductor})
T_{acel}	= torque requerido para acelerar y desacelerar la inercia total del sistema (incluye la inercia del motor)
T_{resist}	= torque resistivo de la carga cuando se opera el actuador a velocidad constante por la fricción, fuerzas externas a la carga, etc.
t_{total}	= tiempo del movimiento

Paso 2 - Determine la resolución de la posición de la carga

Arreglando la **Fórmula 2** para calcular la resolución requerida del accionamiento:

$$\begin{aligned} \theta_{\text{paso}} &= (d_{\text{carga}} \div i) \div L_{\theta} \\ &= (16 \div 2) \div 0,0254[\text{mm/pulso}] \\ &= 315 \text{ pulsos/rev} \end{aligned}$$

Con la reducción del engranaje de 2:1, el sistema se puede definir con un motor que haga 400 pasos/rev para exceder la resolución requerida de posición de la carga.

Un reductor de correa dentada de 2:1 es una buena opción por el bajo costo y baja holgura. También, si se desea, el motor se puede re-posicionar debajo del tornillo con un reductor de correa dentada.

Paso 3 - Determine el perfil del movimiento

De la **Fórmula ①**, los pulsos totales necesarios para hacer el movimiento son:

$$\begin{aligned} P_{\text{total}} &= (D_{\text{total}} \div (d_{\text{carga}} \div i)) * \theta_{\text{paso}} \\ &= (120 \div (16 \div 2)) * 400 = 6,000 \text{ pulsos} \end{aligned}$$

Desde la **Fórmula ④**, la frecuencia máxima del tren de pulsos a ser generado para un movimiento trapezoidal es:

$$\begin{aligned} f_{\text{Trapez}} &= (P_{\text{total}} - (f_0 * t_{\text{acel}})) \div (t_{\text{total}} - t_{\text{acel}}) \\ &= (6,000 - (40 * 0,425)) \div (1,7 - 0,425) \approx 4,692 \text{ Hz} \\ &\text{donde el tiempo } t_{\text{acel}} \text{ es } 0,425 \text{ [s]} \text{ y la frecuencia } f_0 \text{ es de } 40 \text{ Hertz.} \\ &= 4,692 \text{ Hz} * (60 \text{ sec/1 min}) \div 400 \text{ pasos/rev} \\ &\approx 704 \text{ RPM de velocidad del eje del motor} \end{aligned}$$

Paso 4 - Determine el torque necesario para mover la carga

Usando las fórmulas en la **Tabla 1**:

$$J_{\text{total}} = J_{\text{motor}} + J_{\text{reductor}} + ((J_{\text{acoplamiento}} + J_{\text{tornillo}} + J_{\text{W}}) \div i^2)$$

Para este ejemplo, digamos que la inercia del reductor de engranajes y del acoplamiento es cero.

$$\begin{aligned} J_{\text{W}} &= (\text{Peso} \div e) * (1 \div (2\pi P))^2 \\ &= (60[\text{Kg}] \div 0,9) * (1 \div (2 * 3,1416 * 62,5[\text{rev/m}]))^2 \\ &= 0,000432304 \text{ [Kg-m}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{\text{tornillo}} &\approx (\pi * L * \rho * r^4) \div 2 \\ &\approx (3,1416 * 0,6 \text{ [m]} * 7700 \text{ [kg/m}^3] * 0,008^4[\text{m}]) \div 2 \\ &\approx 5,945 * 10^{-5} \text{ [Kg-m}^2] \end{aligned}$$

La inercia de la carga y el tornillo reflejados al eje del motor es:

$$\begin{aligned} J_{(\text{tornillo+carga})/\text{motor}} [\text{Kg-m}^2] &= ((J_{\text{tornillo}} + J_{\text{W}}) \div i^2) \\ &\approx ((0,0004323 + 0,00005945) \div 2^2) = 0,000231 \text{ [Kg-m}^2] \end{aligned}$$

El torque requerido para acelerar la inercia es:

$$\begin{aligned} T_{\text{acel}} &\approx J_{\text{total}} [\text{Kg-m}^2] * (\Delta_{\text{velocidad}} [\text{RPM}] \div \Delta_{\text{tiempo}} [\text{s}]) * 2\pi \div 60 \text{ [N-m]} \\ &= 0,000231 [\text{Kg-m}^2] * (704 \text{ RPM} \div 0,425 [\text{s}]) * 2\pi \div 60 = 0,040072951 \text{ [N-m]} \end{aligned}$$

Después, necesitamos determinar el torque resistivo en la operación de movimiento. Si existe la máquina es a veces posible medir realmente el torque resistivo. De otra forma, es necesario estimar este valor por experiencias similares o por fórmulas similares a la siguiente:

$$T_{\text{resist}} = ((F_{\text{total}} \div (2 \pi P)) + T_{\text{preload}}) \div i$$

$$\begin{aligned} F_{\text{total}} &= F_{\text{ext}} + F_{\text{fricción}} + F_{\text{gravedad}} \\ &= 0 + \mu * \text{Peso} * \cos\theta * 9,81 + 0 = 0,05 * 60 * 9,81 = 29,43 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\text{resist}} &= (29,43 \text{ [N]} \div (2 * 3,1416 * 62,5[\text{rev/m}])) \div 2 \\ &= 0,03747 \text{ [N-m]} \end{aligned}$$

donde hemos asumido que el torque de carga y de precarga sea cero.

De la **Fórmula ⑤**, el torque a ser suministrado por el motor es:

$$T_{\text{movimiento}} = T_{\text{acel}} + T_{\text{resist}} = 0,040072951 + 0,03747 \approx 0,07754439 \text{ [N-m]}$$

Sin embargo, éste es el torque requerido del motor antes de que hayamos escogido un motor y hayamos incluido la inercia del motor.

Paso 5 - Seleccione y confirme el sistema del motor/accionamiento

Parece una opción razonable que un motor sería el motor STP-MTR-23055. Este motor tiene una inercia de:

$$J_{\text{motor}} = 0,000027 \text{ [kg}\cdot\text{m}^2\text{]}$$

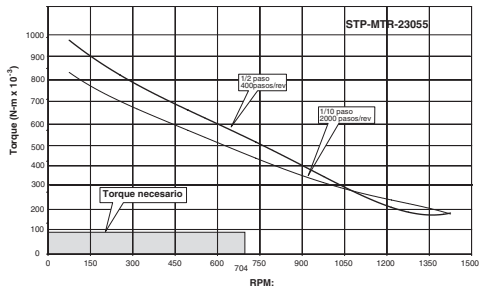
El torque real del motor sería modificado:

$$\begin{aligned} T_{\text{acel}}[\text{N}\cdot\text{m}] &\approx J_{\text{total}}[\text{kg}\cdot\text{m}^2] * (\Delta\text{velocidad}[\text{RPM}] \div \Delta\text{tiempo}[\text{s}]) * (2\pi \div 60) \\ &= (0,000231 + 0,000027) * (704 \text{ RPM} \div 0,425[\text{s}]) * (2\pi \div 60) = 0,044756[\text{N}\cdot\text{m}] \end{aligned}$$

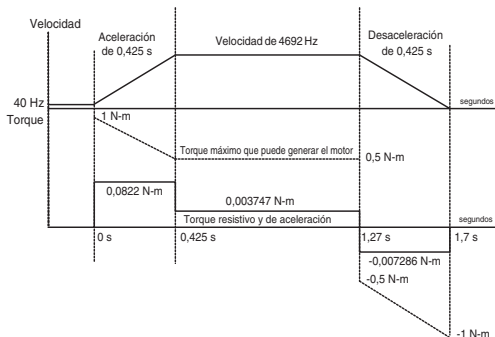
de modo que:

$$\begin{aligned} T_{\text{motor}} &= T_{\text{acel}} + T_{\text{resist}} \\ &= 0,044756 + 0,03747 \text{ [N}\cdot\text{m}] \approx 0,082226 \text{ [N}\cdot\text{m}] \approx 82,22 \times 10^{-3} \text{ [N}\cdot\text{m}] \end{aligned}$$

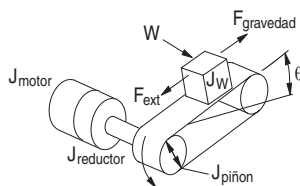
El motor STP-MTR-23055 podrá satisfacer las condiciones. Observe las curvas en función del tiempo, de la figura de abajo, donde se puede ver que el motor siempre tiene mas torque disponible que el requerimiento del torque resistivo. El factor de seguridad en este caso es de $0,5 \text{ [N}\cdot\text{m}] \div 0,0822 \text{ [N}\cdot\text{m}] = 6,08$; **no es posible** escoger otro motor menor tal como el STP-MTR-17048 ya que el torque requerido a 704 RPM sería 0,03 N-m.



Observe que este motor específico tiene bastante torque para poder acelerar la carga a bajas velocidades. Este criterio es más bien general, y permite ver que el motor paso a paso puede tener aceleraciones altas hasta una velocidad alrededor de unos 800 RPM en este caso, sin mayores problemas. Es tarea del diseñador escoger el motor mas adecuado para cada carga; a veces estos cálculos deben ser hechos iterativamente, hasta alcanzar la mejor combinación motor/reductor.



Correa transportadora - Ejemplo de cálculo



Paso 1 - Defina los datos de movimiento y del actuador

- Peso de la mesa y del objeto = 0,92 [Kg]
- Fuerza externa = 0 [Kg]
- Coefficiente de fricción de superficies deslizando = 0,05
- Ángulo de la mesa = 0°
- Eficiencia de la correa y de la polea = 0,8
- Diámetro de la polea de la correa = 40 mm o 0,04 [metro]
- Groeso de la polea = 20 mm o 0,02 [metro]
- Material de la polea = aluminio
- Resolución deseada = 0,0254 mm/pulso o 0,001 pulgadas por pulso
- Reductor de engranajes (reducción de velocidad) = 5:1
- Distancia de movimiento = 1,25 [metro]
- Tiempo de movimiento = 4,0 [segundos]
- Tiempo de aceleración y desaceleración = 1,0 [segundo]
- Inercia del reductor de engranajes = estimada en cero

Definiciones

d_{carga}	= desplazamiento o distancia que se mueve la carga por rotación del eje del motor ($P = \text{paso} = 1/d_{\text{carga}}$)
D_{total}	= distancia total del movimiento
θ_{paso}	= resolución del paso (pasos/rev _{motor})
i	= relación de reducción del reductor (rev _{motor} /rev _{reductor})
T_{acel}	= torque necesario para acelerar y desacelerar la inercia total del sistema (incluye la inercia del motor)
T_{resist}	= torque necesario para mover el mecanismo por las resistencias de fricción, fuerzas externas, etc.
t_{total}	= tiempo de movimiento

Paso 2 - Determine la resolución de posición de la carga

Rearreglando la **Fórmula ④** para calcular la resolución requerida del accionamiento:

$$\begin{aligned} \theta_{\text{paso}} &= (d_{\text{carga}} \div i) \div L_{\theta} \\ &= ((3,1416 * 40 \text{ mm}) \div 5) \div 0,0254 \\ &= 989 \text{ pasos/rev} \\ &\text{donde } d_{\text{carga}} = \pi * \text{Diámetro de la polea.} \end{aligned}$$

Con la reducción del engranaje de 5:1, podemos escoger 1000 pasos/rev para exceder levemente la resolución deseada de posicionamiento de la carga.

En general se necesita siempre una reducción con un accionamiento de correa y un engranaje planetario de 5:1 es muy típico.

Paso 3 - Determine el perfil del movimiento

De la **Fórmula ①**, los pulsos totales para hacer el movimiento requerido son:

$$\begin{aligned} P_{\text{total}} &= (D_{\text{total}} \div (d_{\text{carga}} \div i)) * \theta_{\text{paso}} \\ &= 1250 \text{ [mm]} \div ((3,1416 * 40 \text{ [mm]}) \div 5) * 1000 \text{ [pulsos/rev]} \\ &\approx 49,735 \text{ pulsos} \end{aligned}$$

De la **Fórmula ④**, la frecuencia máxima para un movimiento trapezoidal es:

$$\begin{aligned} f_{\text{Trapez}} &= (P_{\text{total}} - (f_0 * t_{\text{acel}})) \div (t_{\text{total}} - t_{\text{acel}}) \\ &= (49,735 - 20 * 1) \div (4 - 1) \\ &\approx 16,571 \text{ Hz} \\ &\text{donde la velocidad inicial es } 20 \text{ Hz.} \\ &= 16,571 \text{ Hz} * (60 \text{ s/1 min}) \div 1000 \text{ pasos/rev} \\ &\approx 994,3 \text{ RPM para la velocidad máxima requerida del motor} \end{aligned}$$

Paso 4 - Determine el torque necesario para mover la carga

Usando las fórmulas en la **Tabla 1**:

$$J_{\text{total}} = J_{\text{motor}} + J_{\text{reductor}} + ((J_{\text{poleas}} + J_{\text{W}}) \div i^2)$$

Para este ejemplo, digamos que la inercia del reductor de engranajes es cero.

La inercia de la polea (recordar que hay dos poleas) se puede calcular como:

$$\begin{aligned} J_{\text{poleas}} &\approx ((\pi * L * \rho * r^4) * 2, \text{ siendo } r=0,020 \text{ [m]}) \\ &\approx (3,1416 * 0,02 \text{ [m]} * 2700 \text{ [Kg/m}^3] * 0,00000016 \text{ [m}^4] * 2) \\ &\approx 0,00005429 \text{ [Kg-m}^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{La inercia de la carga es } J_{\text{W}} &= \text{Peso} * r^2 \\ &= (0,92 \text{ [Kg]} * 0,020^2) \\ &\approx 0,0006215 \text{ [Kg-m}^2] \end{aligned}$$

La inercia de la carga y las poleas reflejadas al motor es:

$$\begin{aligned} J_{\text{(poleas + carga)/motor}} &= ((J_{\text{poleas}} + J_{\text{W}}) \div i^2) \\ &\approx ((0,00005429 + 0,0006215) \div 5^2) \approx 0,0000027031 \text{ [Kg-m}^2] \end{aligned}$$

Luego, el torque necesario para acelerar la inercia es:

$$\begin{aligned} T_{\text{acel}}[\text{N-m}] &\approx J_{\text{total}}[\text{Kg-m}^2] * (\Delta_{\text{velocidad}}[\text{RPM}] \div \Delta_{\text{tiempo}}[\text{s}]) * 2\pi \div 60 \\ &= 0,0000027031 \text{ [Kg-m}^2] * 994,3 * 2\pi \div 60 \\ &= 0,002814607 \text{ [N-m]} \end{aligned}$$

$$T_{\text{resist}} = (F_{\text{total}} * r) \div i$$

$$\begin{aligned} F_{\text{total}} &= F_{\text{ext}} + F_{\text{fricción}} + F_{\text{gravedad}} \\ &= 0 + \mu * \text{Peso} * \cos\theta + 0 = 0,05 * 0,92 \text{ [Kg]} * 9,81 \text{ N/Kg} = 0,45126 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$T_{\text{resist}} = (0,45126 \text{ [N]} * 0,02 \text{ m}) \div 5 = 0,00180504 \text{ [N-m]}$$

De la **Fórmula ⑤**, el torque necesario para mover la carga es:

$$T_{\text{motor}} = T_{\text{acel}} + T_{\text{resist}} = 0,0028146 \text{ [N-m]} + 0,00180 \text{ [N-m]} \approx 0,0046196 \text{ [N-m]}$$

Sin embargo, éste es el torque requerido antes de que hayamos escogido un motor y hayamos incluido la inercia del motor.

Paso 5 - Seleccione y confirme el sistema de motorización

Parece ser que una opción razonable para un motor sería el motor STP-MTR-17048. Este motor tiene una inercia de:

$$J_{\text{motor}} = 0,0000068 \text{ [Kg}\cdot\text{m}^2\text{]}$$

El torque real necesario para mover el sistema sería, modificado:

$$T_{\text{acel}} = J_{\text{total}}[\text{Kg}\cdot\text{m}^2] * (\Delta_{\text{velocidad}}[\text{RPM}] \div \Delta_{\text{tiempo}}[\text{s}]) * 2\pi \div 60 [\text{N}\cdot\text{m}]$$

$$= (0,0000068 + 0,000028145) * (994,3 \text{ RPM} \div 1) * 2\pi \div 60 = 0,003638573 [\text{N}\cdot\text{m}]$$

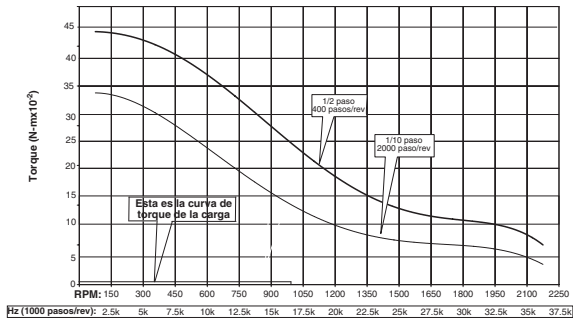
de modo que:

$$T_{\text{motor}} = T_{\text{acel}} + T_{\text{resist}} \text{ en la aceleración}$$

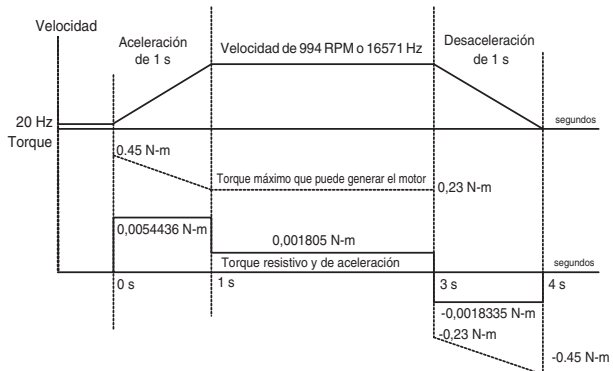
$$= 0,003638573 \text{ [N}\cdot\text{m}] + 0,00180504 [\text{N}\cdot\text{m}] = 0,0054436 \text{ [N}\cdot\text{m}]$$

$$T_{\text{motor}} = T_{\text{resist}} - T_{\text{acel}} \text{ en la desaceleración}$$

$$= 0,00180504 [\text{N}\cdot\text{m}] - 0,003638573 [\text{N}\cdot\text{m}] = -0,001833533 \text{ [N}\cdot\text{m}]$$

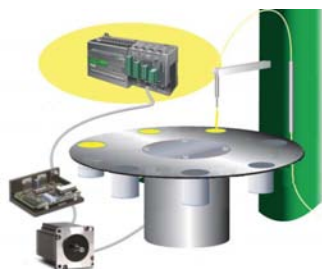
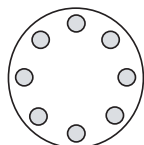
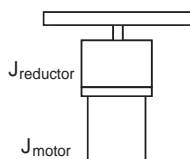


El motor STP-MTR-17048 trabajará. Observe los valores en la curva de valores en función del tiempo en la figura de abajo



Mesa rotatoria - Ejemplo de cálculos

Paso 1 - Defina las necesidades del actuador y del movimiento



Diámetro de la mesa = 12 inch
 Espesor de la mesa = 2 inch
 Material de la mesa = acero
 Número de objetos = 8
 Resolución deseada = 0,05°
 Reductor = 20:10 30:1, dependiendo del cálculo
 Ángulo del giro = 45°
 Tiempo del giro = 0,7 segundos
 Tiempo de aceleración y desaceleración: 0,15 segundos
 Inercia del reductor: $1,4351 \cdot 10^{-4}$ [Kg-m²]
 Torque resistente durante el movimiento referido al eje del motor: 0,5 [N-m]
 Eficiencia del reductor: 0,75

Definiciones

d_{carga} = desplazamiento o distancia que se mueve por revolución del eje del motor ($P = \text{paso} = 1/d_{\text{carga}}$)

D_{total} = distancia total del movimiento

θ_{paso} = resolución del paso del (pasos/rev_{motor})

i = razón de reducción (rev_{motor}/rev_{ejereductor})

T_{acet} = torque necesario para acelerar y desacelerar la inercia total del sistema (incluye inercia del motor)

T_{resist} = torque requerido para mover el mecanismo debido a fricción, fuerzas externas, etc.

t_{total} = tiempo de movimiento

Paso 2 - Determine la resolución de posición de la carga

Rearreglando la **Fórmula ④** para calcular la resolución requerida:

$$\begin{aligned}
 \theta_{\text{paso}} &= (d_{\text{carga}} \div i) \div L_{\theta} \\
 &= (360^\circ \div 20) \div 0,05^\circ \\
 &= 360 \text{ pasos/rev}
 \end{aligned}$$

Con la reducción 20:1, el sistema se puede escoger en 400 pasos/rev para tener una mejor resolución requerida de posicionamiento de la carga.

Es casi siempre necesario usar una gran reducción de engranajes al controlar la posición de un disco de inercia grande.

Paso 3 - Determine el perfil de movimiento

De la **Fórmula ①**, los pulsos totales para completar el movimiento son:

$$\begin{aligned} P_{\text{total}} &= (D_{\text{total}} \div (d_{\text{carga}} \div i)) * \theta_{\text{paso}} \\ &= (45^\circ \div (360^\circ \div 20)) * 400 \\ &= 1000 \text{ pulsos} \end{aligned}$$

De la **Fórmula ④**, la frecuencia máxima para ese movimiento trapecoidal es:

$$\begin{aligned} f_{\text{trapez}} &= (P_{\text{total}} - (f_0 * t_{\text{acel}})) \div (t_{\text{total}} - t_{\text{acel}}) \\ &= (1000 \div (0.7 - 0,15)) \approx 1818 \text{ Hz} \end{aligned}$$

donde el tiempo de aceleración es 0,15 [s] y la frecuencia inicial es cero
 = 1818 Hz * (60 sec/1 min) ÷ 400 pulsos/rev
 ≈ 273 RPM

Paso 4 - Determine el torque requerido del motor

Usando las fórmulas en la **Tabla 1**:

$$J_{\text{total}} = J_{\text{motor}} + J_{\text{reductor}} + (J_{\text{mesa}} \div i^2)$$

Como curiosidad, veamos el peso de la mesa. El peso de la mesa es el volumen por la densidad. El volumen se calcula como:

$$\begin{aligned} \text{Volumen [m}^3] &= \pi * r^2[\text{m}] * L[\text{m}] \\ &\approx 3,1416 * 0,1528^2 [\text{m}] * 0,0508 [\text{m}] \approx 0,00372615 [\text{m}^3] \end{aligned}$$

de modo que el peso es 0,0037[m³]*7700 [kg/m³] ≈ 28,6[Kg]

$$\begin{aligned} J_{\text{mesa}} &\approx \pi * L * \rho * r^4 \div 2 \\ &\approx 3,1416 * 0,0508 [\text{m}] * 7700 [\text{Kg/m}^3] * 0,1528^4 [\text{m}] \div 2 \\ &\approx 0,662894137 [\text{Kg-m}^2] \text{ referido al lado de velocidad lenta} \end{aligned}$$

La inercia de la mesa rotatoria reflejada al eje del motor es:

$$\begin{aligned} J_{\text{mesa/motor}} &= J_{\text{mesa}} \div i^2 + J_{\text{reductor}} \\ &\approx 0,662894137 \div 20^2 + 1,4351 * 10^{-4} [\text{Kg-m}^2] \approx 0,001672475 [\text{Kg-m}^2] \end{aligned}$$

El torque necesario para acelerar la inercia es:

$$\begin{aligned} T_{\text{acel}}[\text{N-m}] &\approx J_{\text{total}}[\text{Kg-m}^2] * (\Delta_{\text{velocidad}}[\text{RPM}] \div \Delta_{\text{tiempo}}[\text{s}]) * 2\pi \div 60 \\ &= 0,001672475 * 273 \div 0,15 * 2\pi \div 60 \\ &\approx 0,318757 [\text{N-m}] \end{aligned}$$

De la **Fórmula ⑤**, el torque necesario para mover la mesa es:

$$\begin{aligned} T_{\text{motor}} &= T_{\text{acel}} + T_{\text{resist}} \\ &= 0,318757 [\text{N-m}] + 0,5 [\text{N-m}] = 0,818757 [\text{N-m}] \end{aligned}$$

Sin embargo, este es el torque necesario para mover la mesa antes de que hayamos escogido un motor e incluido la inercia del rotor del motor.

Paso 5 - Seleccione y confirme el sistema de motorización

Parece ser que una opción razonable sería el motor STP-MTR-34066. Este motor tiene una inercia de:

$$J_{\text{motor}} = 0,00014 \text{ [Kg-m}^2\text{]}$$

El torque real para producir el movimiento sería, modificado al incluir esta inercia:

$$T_{\text{acel}}[\text{N-m}] = J_{\text{total}}[\text{Kg-m}^2] * (\Delta\text{velocidad}[\text{RPM}] \div \Delta\text{tiempo}[\text{s}]) * 2\pi \div 60$$

$$= (0,001672475[\text{Kg-m}^2] + 0,00014 [\text{Kg-m}^2]) * (273 \text{ RPM} \div 0,15) * 2\pi \div 60$$

$$\approx 0,3454396 \text{ [N-m]}$$

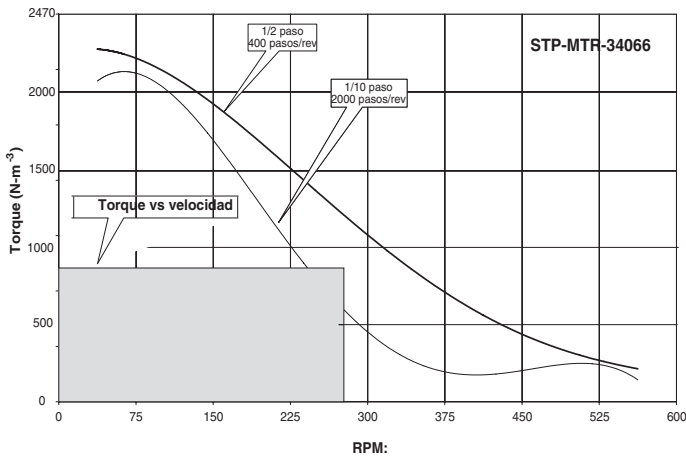
de modo que el torque máximo para mover la carga será:

$$T_{\text{motor}} = T_{\text{acel}} + T_{\text{resist}}$$

$$\approx 0,345439593 \text{ [N-m]} + 0,5 \text{ [N-m]}$$

$$\approx 0,84544 \text{ [N-m]}$$

De hecho, el torque varía con la velocidad, como es mostrado en la página A-6.



El motor STP-MTR-34066 trabajará. Observe que el factor de seguridad aquí es aproximadamente 1,2 {N-m} ÷ 0.84544 {n-m}, es decir, un factor de 1,419 o 49 % sobre el valor máximo de torque resistivo.

Este sistema trabajará sin problemas, pero como medida adicional de seguridad se puede escoger un reductor de relación mas grande, por ejemplo, 30:1, que reducirá la inercia de la carga en relación a la inercia del motor. En este caso, el número de pulsos y la frecuencia máxima debe cambiar correspondientemente. Se deja al lector hacer los cálculos para esta nueva condición.

Los cálculos pueden ser hechos tan precisos como se quiera, usando hojas de cálculo tales como EXCEL de Microsoft; sin embargo, no es necesaria una precisión muy grande ya que el factor de seguridad cubre cualquier error.

Tablas de conversión de unidades, fórmulas y definiciones :

Conversión de longitud							
Para convertir A a B, multiplique A por el factor en la tabla.		B					
		µm	mm	metro	mil	pulgada	pie
A	µm	1	1,000E-03	1,000E-06	3,937E-02	3,937E-05	3,281E-06
	mm	1,000E+03	1	1,000E-03	3,937E+01	3,937E-02	3,281E-03
	m	1,000E+06	1,000E+03	1	3,937E+04	3,937E+01	3,281E+00
	mil	2,540E+01	2,540E-02	2,540E-05	1	1,000E-03	8,330E-05
	pulgada	2,540E+04	2,540E+01	2,540E-02	1,000E+03	1	8,330E-02
pie	3,048E+05	3,048E+02	3,048E-01	1,200E+04	1,200E+01	1	

Conversión de torque							
Para convertir A a B, multiplique A por el factor en la tabla.		B					
		N-m	kp-m(kg-m)	kg-cm	oz-in	lb-pulgada	lb-pie
A	N-m	1	1.020E-01	1.020E+01	1.416E+02	8.850E+00	7.380E-01
	kpm(kg-m)	9.810E+00	1	1.000E+02	1.390E+03	8.680E+01	7.230E+00
	kg-cm	9.810E-02	1.000E-02	1	1.390E+01	8.680E-01	7.230E-02
	oz-pulgada	7.060E-03	7.200E-04	7.200E-02	1	6.250E-02	5.200E-03
	lb-pulgada	1.130E-01	1.150E-02	1.150E+00	1.600E+01	1	8.330E-02
	lb-pie	1.356E+00	1.380E-01	1.383E+01	1.920E+02	1.200E+01	1

Conversión del momento de inercia								
Para convertir A a B, multiplique A por el factor en la tabla.		B						
		kg-m ²	kg-cm-s ²	oz-pulg-s ²	lb-pulg-s ²	oz-in ²	lb-pulgada ²	lb-pie ²
A	kg-m ²	1	1.020E+01	1.416E+02	8.850E+00	5.470E+04	3.420E+03	2.373E+01
	kg-cm-s ²	9.800E-02	1	1.388E+01	8.680E-01	5.360E+03	3.350E+02	2.320E+00
	oz-pulg-s ²	7.060E-03	7.190E-02	1	6.250E-02	3.861E+02	2.413E+01	1.676E-01
	lb-pulg-s ²	1.130E-01	1.152E+00	1.600E+01	1	6.180E+03	3.861E+02	2.681E+00
	oz-pulg ²	1.830E-05	1.870E-04	2.590E-03	1.620E-04	1	6.250E-02	4.340E-04
	lb-pulg ²	2.930E-04	2.985E-03	4.140E-02	2.590E-03	1.600E+01	1	6.940E-03
	lb-pie ²	4.210E-02	4.290E-01	5.968E+00	3.730E-01	2.304E+03	1.440E+02	1

Tablas de conversión de unidades, fórmulas y definiciones (cont):

Fórmulas generales y definiciones	
Descripción:	Fórmulas:
Gravedad	gravedad = 9.81 m/s ² , 386 in/s ²
Torque	$T = J \alpha$, (inercia multiplicada por la aceleración angular) $\alpha = \text{rad/s}^2$
Potencia (Watt)	$P (W) = T (Nm) \omega (\text{rad/s})$; ω es la rotación expresada en radianes/segundo
Potencia (Horsepower)	$P (Hp) = T (\text{lb-in}) n (\text{r.p.m.}) / 63,024$
Horsepower	1 Hp = 746 Watt
Revoluciones	1 rev = 1,296,000 arc-sec / 21,600 arc-min

Fórmulas para velocidad lineal y aceleración constante	
Descripción:	Fórmulas:
Velocidad final	$v_f = v_i + at$ (velocidad final = velocidad inicial + aceleración * tiempo)
Posición final	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$ (posición final = posición inicial + 1/2(velocidad inicial + velocidad final) * tiempo)
Posición final	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$ (posición final = posición inicial * tiempo + 1/2 * aceleración * tiempo cuadrado)
Velocidad final cuadrada	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$ (velocidad final cuadrada = velocidad inicial cuadrada + 2 * aceleración * (final posición - posición inicial))